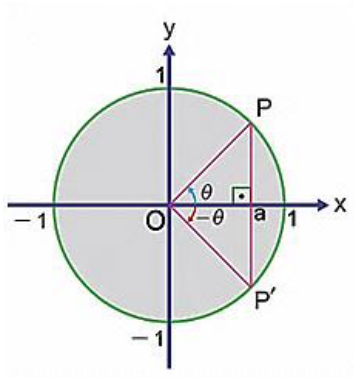
MATEMATİK Sınıf-12

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER
$\cos x = a$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİ



Birim çembere göre $\cos\theta = a$ veya $\cos(-\theta) = a$ olur. Kosinüs fonksiyonu 2π periyotlu periyodik bir fonksiyon olduğundan $\cos\theta = \cos(\theta + k\cdot 2\pi)$ veya $\cos(-\theta) = \cos(-\theta + k\cdot 2\pi)$ olur. Bu durumda $\cos x = a$ denkleminin kökleri $\cos(\theta + k\cdot 2\pi) = \cos x$ ve $\cos(-\theta + k\cdot 2\pi) = \cos x$ eşitliklerini sağlayan x değerleridir.

Buna göre

$\cos(\theta + k\cdot 2\pi) = \cos x \Rightarrow x = \theta + k\cdot 2\pi$

$\cos(-\theta + k\cdot 2\pi) = \cos x \Rightarrow x = -\theta + k\cdot 2\pi$ olur.

Sonuç olarak

$-1 \le a \le 1$ olmak üzere $\cos x = a$ denkleminin $[0, 2\pi)$ nda bir kökü θ ise denklemin çözüm kümesi;

$Ç = \{x \mid x = \theta + 2k\pi \ V \ x = -\theta + 2k\pi, k \in Z\}$ olur.

cos f(x) = cos g(x) DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİ

$\cos x = \cos\alpha$ denkleminin kökleri $k \in Z$ olmak üzere $x = \alpha + k\cdot 2\pi$ veya denklem $\cos x = \cos(-\alpha)$ biçiminde yazılırsa çözüm $x = -\alpha + k\cdot 2\pi$ olarak bulunur.

O halde $\cos x = \cos\alpha$ denkleminin çözüm kümesi

$Ç = \{x \mid x = \alpha + 2k\pi \ V \ x = -\alpha + 2k\pi, k \in Z\}$ olur.

SONUÇ

$\cos f(x) = \cos g(x)$ denkleminin çözüm kümesi $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $f(x) = g(x) + 2k\pi$ veya $f(x) = -g(x) + 2k\pi$ denklemlerini sağlayan x değerleridir.

SORULAR

SORU 1:

$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ **olmak üzere**

$\cos 4x = \frac{1}{2}$

denkleminin köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) $\frac{13\pi}{12}$

Cevap: C

SORU 2:

$\cos x + \sqrt{3}.\sin x = \sqrt{3}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi \ \vee \ x = \frac{\pi}{5} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k.2\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi \vee x = \frac{\pi}{5} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

E) $\left\{x \mid x = \frac{3\pi}{4} + k.2\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Cevap: C

SORU 3:

$\frac{\sin 2x}{\cos 10} + \frac{\cos 2x}{\sin 10} = 2$

denklemini sağlayan x değerlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 50 B) 90 C) 160 D) 220 E) 290

Cevap: D

SORU 4:

$x \in [0, \pi]$ olmak üzere

$\frac{1}{\sin x - \cos x} - \frac{1}{\sin x + \cos x} = 4\cos x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$

D) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

Cevap: D

SORU 5:

$\sin 2x = \cos 3x$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{3\pi}{10}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{7\pi}{10}$ E) $\frac{4\pi}{5}$

Cevap: C

SORU 6:

$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **denkleminin** $(0,\ 360°]$ **aralığındaki çözüm kümesi kaç elemanlıdır?**

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Cevap: B

SORU 7:

$\frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x} = \frac{1}{\sin x}$

aşağıdakilerden hangisi bu denklemin $(0, 360°)$ **aralığındaki köklerinden biri değildir?**

A) 45° B) 90° C) 135° D) 225° E) 270°

Cevap: C