

KONU TÜREV LİMİT VE SÜREKLİLİK

SÜREKLİLİK

$A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon olsun. $a \in A$ olmak üzere

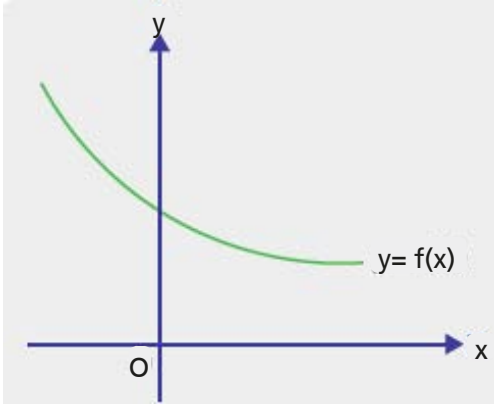
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

eşitliği sağlanıyorsa f fonksiyonu $x = a$ noktasında **sürekli** denir. Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise f fonksiyonu A kümesinde **sürekli**dir.

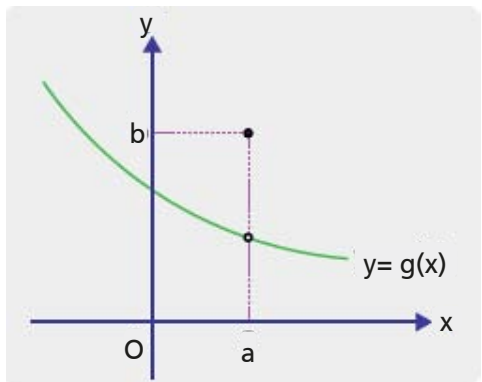
NOT: Polinom fonksiyonlarının en geniş tanım kümesi gerçekte sayılar kümesi ve her noktadaki limiti o noktadaki görüntüsüne eşit olduğu için polinom fonksiyonlar her x gerçekte sayısı için **sürekli**dir.

NOT: $f(x)$ ve $g(x)$ birer polinom fonksiyon olmak üzere $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ($g(x) \neq 0$) biçimindeki fonksiyonlar tanımlı oldukları en geniş kümede **sürekli**dir.

BİR FONKSİYONUN GRAFİĞİ ÜZERİNDE SÜREKLİ VE SÜREKSİZ OLDUĞU NOKTALAR

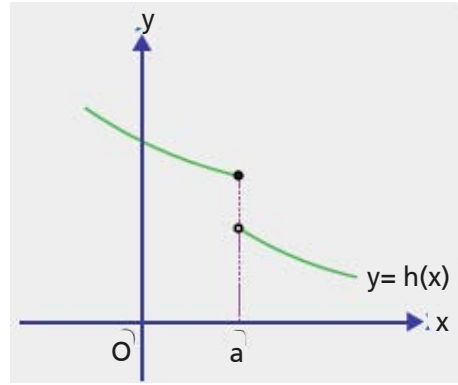


Grafiği verilen f fonksiyonu her x gerçekte sayısı için tanımlı ve her noktadaki limiti fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olduğundan fonksiyon her x gerçekte sayısı için **sürekli**dir. Bu durumda fonksiyonun **sürekli** olduğu en geniş küme olur.

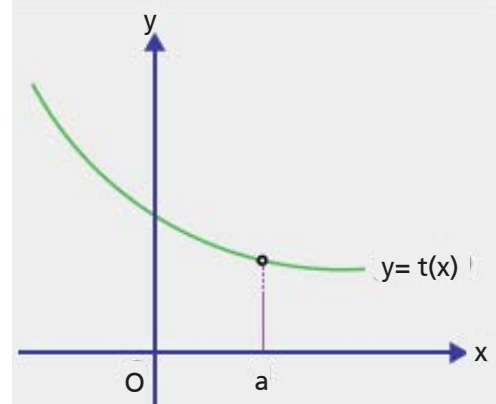


Grafiği verilen g fonksiyonu $x = a$ nokta-

sında tanımlı ve limite sahip olmasına rağmen bu noktadaki limiti görüntüsüne eşit olmadığından g fonksiyonu $x = a$ apsisli noktada **sürekli** değildir. Bu durumda fonksiyonun **sürekli** olduğu en geniş küme \mathbb{R} olur.



Grafiği verilen h fonksiyonu $x = a$ noktasında tanımlı olmasına rağmen bu noktada limiti olmadığından fonksiyon $x = a$ apsisli noktasında **sürekli** değildir. Bu durumda fonksiyonun **sürekli** olduğu en geniş küme olur.



Grafiği verilen t fonksiyonu $x = a$ apsisli noktada tanımlı olmadığından a değeri fonksiyonun **sürekli** olduğu en geniş kümenin bir elemanı olamaz. Bu durumda fonksiyonun **sürekli** olduğu en geniş küme olur.

SONUÇ:

$f(x)$ bir fonksiyon olsun. $a \in A$ olmak üzere

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ise f fonksiyonu $x = a$ noktasında **sağdan sürekli**dir.

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ise f fonksiyonu $x = a$ noktasında **soldan sürekli**dir.

$[a, b]$ nda tanımlı bir fonksiyon (a, b) nda sürekli, $x = a$ noktasında sağdan sürekli, $x = b$ apsisli noktasında soldan sürekli ise f fonksiyonu $[a, b]$ nda **sürekli**dir.

SORULAR

SORU 1:

Gerçekte sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - bx - 1, & x < 1 \text{ ise} \\ -a, & x = 1 \text{ ise} \\ 2x + b, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu apsisli 1 olan noktada **sürekli** olduğuna göre $a - b$ farkının değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 2

Cevap: D

SORU 2:

$$f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x < 2 \text{ ise} \\ 3, & x = 2 \text{ ise} \\ 4x - b, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu gerçekte sayılar kümesinde **sürekli** olduğuna göre $a + b$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 2 E) 7

Cevap: E

SORU 3:

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-6x+a}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun **sürekli** olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{k\}$ olduğuna göre $a \cdot k$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) 27 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21

Cevap: A

SORU 4:

$$f(x) = \begin{cases} ax - b, & x < -2 \text{ ise} \\ x^2 - a, & -2 \leq x < 3 \text{ ise} \\ x + 2a, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu yalnızca $x = -2$ için **sürekli** olduğuna göre b değeri kaç **olamaz**?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -3 E) -2

Cevap: B

SORU 5:

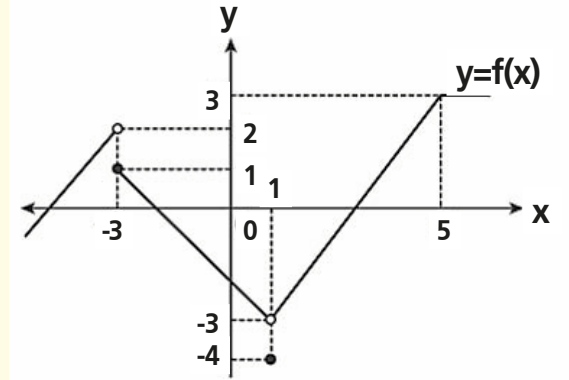
$$f(x) = \frac{2x-5}{x^2+kx+4}$$

fonksiyonu gerçekte sayılar kümesinde **sürekli** olduğuna göre k aşağıdakilerden hangisi **olamaz**?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

Cevap: E

SORU 6:

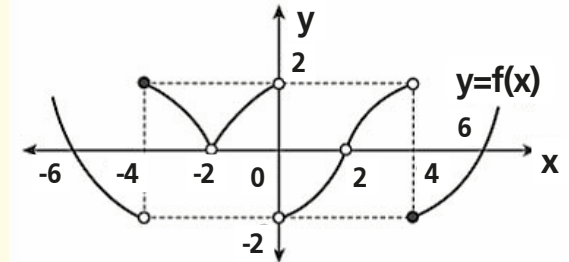


Yukarıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre bu fonksiyonun **sürekli olmadığı** noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 3 E) 7

Cevap: C

SORU 7:

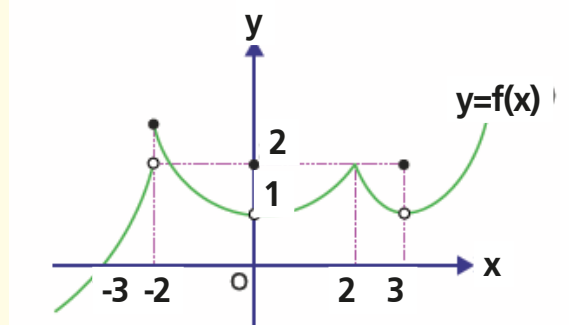


Yukarıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $y = |f(x)|$ fonksiyonu $[-6, 6]$ aralığının **apsisi tamsayı olan kaç noktada sürekli**dir?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 5 E) 4

Cevap: A

SORU 8:



Yukarıda fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $f(x)$ fonksiyonu kaç farklı x değeri için limiti olmasına rağmen **sürekli değildir**?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Cevap: C