

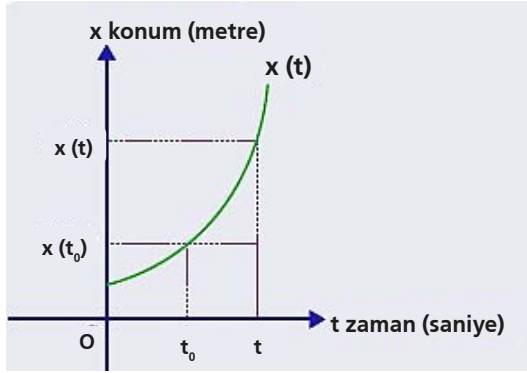
KONU TÜREV

ANLIK DEĞİŞİM ORANI VE TÜREV

DEĞİŞİM ORANI:

Aşağıda doğrusal olarak hareket eden bir hareketliye ait konum-zaman grafiği

verilmiştir. Bu hareketlinin t_0 ve t saniyeler arasında ortalama hızı; bu hareketlinin konumundaki değişiminin, zamandaki değişime oranı ile hesaplanır.



► V_{ort} : Bu hareketlinin t_0 ve t saniyeler arasında ortalama hızı

► Δ_x : Konumdaki değişimi

► Δ_t : Zamandaki değişimi olmak üzere;

$$V_{ort} = \frac{\Delta_x}{\Delta_t} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

olur. Burada Δ_x , x bağımlı (t ye bağlı) değişkenin değişimidir.

Δ_t , bağımsız değişkenin değişimidir.

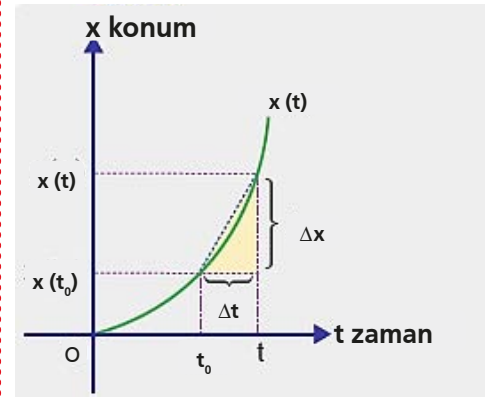
Buna göre $V_{ort} = \frac{\Delta_x}{\Delta_t}$ ifadesine **değişim oranı** denir.

ANLIK DEĞİŞİM ORANI VE TÜREV

Aşağıda doğrusal olarak hareket eden bir hareketliye ait konum-zaman grafiği gösterilmiştir. Bu hareketlinin t

ve t_0 saniyeleri arasındaki ortalama hızı

$$V_{ort} = \frac{\Delta_x}{\Delta_t} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} \text{ dir.}$$



Bu hareketlinin t_0 anındaki anlık hızı bulunmak istenirse t nin t_0 a yaklaşırken fonksiyonun değişim oranı hesaplanır. Bu oran $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$ limiti ile hesaplanır.

Bir fonksiyonun t_0 anındaki anlık değişim oranına ise fonksiyonun t_0 **noktasındaki türevi** denir ve $x'(t_0)$ ile gösterilir. Bir fonksiyonun bir noktadaki türevi aynı noktadaki teğetin eğimine eşittir.

$$x'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} \text{ olur.}$$

SOLDAN VE SAĞDAN TÜREV

$A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $a \in A$ için

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ limiti varsa bu limit}$$

değerine f fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki **soldan türevi** denir ve

$f'(a^-)$ ile gösterilir.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ limiti varsa bu limit}$$

değerine f fonksiyonunun

$x = a$ noktasındaki **sağdan türevi** denir ve

$f'(a^+)$ ile gösterilir.

TÜREV TANIMI

$A \subseteq \mathbb{R}, f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $a \in A$ için f sürekli ise

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

limitine f fonksiyonunun $x = a$

noktasındaki türevi denir. $f'(a)$ ile gösterilir.

TÜREV ALMA KURALLARI

1) $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$f(x) = c \text{ ise } f'(x) = 0 \text{ olur.}$$

2) $a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$f(x) = a \cdot x^n \text{ ise } f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1} \text{ olur.}$$

NOT: $\frac{d}{dx}$ ifadesi türev operatörü ise;

$$1) \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df(x)}{dx} = f'(x),$$

$$2) \frac{dy}{dx} = y' \text{ biçiminde gösterilir.}$$

2. MERTEBEDEN TÜREV

Bir $f(x)$ fonksiyonunun türevi olan

$$\frac{df(x)}{dx} \text{ için } \frac{d}{dx} \left(\frac{df(x)}{dx} \right) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$$

ifadesine $f(x)$ fonksiyonunun **ikinci**

mertebeden türevi denir ve $f''(x)$ ile gösterilir.

SORULAR

SORU 1:

Bir hareketlinin t saatte aldığı yol $s(t)$ metre olmak üzere $s(t) = 10t^2 + 5t$ fonksiyonu ile veriliyor.

Buna göre hareketlinin 4 ile 7. dakikalar arasındaki ortalama hızı kaç metre/dakikadır?

- A) 95 B) 115 C) 175
D) 225 E) 245

Cevap: B

SORU 2:

Bir hareketlinin t saniyede aldığı yol $s(t)$ metre olmak üzere $s(t) = 5t^2 - 3t + 15$ fonksiyonu ile modellenmektedir.

Buna göre bu hareketlinin 10. saniyedeki anlık hızı kaç m/sn. dir?

- A) 94 B) 97 C) 100
D) 102 E) 105

Cevap: B

SORU 3:

$f(x) = 2x^3 - 6x - 5$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(-1)}{h}$ değeri kaçtır?

- A) 12B) 6 C) 0 D) -6 E) -12

Cevap: C

SORU 4:

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ fonksiyonunun grafiğine apsisi 2 olan noktada teğet olan doğrunun eğimi kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Cevap: C

SORU 5:

$f(x) = \sqrt{x^3}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun $x=1$ deki anlık değişim oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Cevap: D

SORU 6:

$f(x) = ax^2 - 3x + b$ eğrisine $x = -2$ apsisli noktadan çizilen teğeti, $x = 3$ apsisli noktadan çizilen teğetine diktir.

Buna göre a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

Cevap: C