

MATEMATİK Sınıf-12



KONU BELİRSİZ İNTEGRAL - II

■ DİFERANSİYEL KAVRAMI

Türevlenebilir bir $f(x)$ fonksiyonunun türevi $\frac{d}{dx}(f(x))=f'(x)$ olmak üzere $d(f(x))$ ifadesine $f(x)$ fonksiyonunun **diferansiyeli** denir ve $d(f(x))=f'(x) \cdot dx$ olur.

■ DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

İntegral alma kuralları ile alınması zor olan bazı integraller **değişken değiştirme yöntemi** kullanılarak daha basit integraller hâline getirildikten sonra kolayca integrali alınabilir.

$n \neq 0, n \neq -1$ ve olmak üzere

$\int f(x)^n \cdot f'(x) \cdot dx$ biçimindeki integrallerde sırasıyla aşağıdaki adımlar uygulanır:

$f(x)=u$ dönüşümü yapılır. Sonra her iki tarafın diferansiyeli alınır.

$f'(x) \cdot dx=du$ olur. Buradan dönüşüm ve diferansiyel verilen integralde yerine yazılarak

$\int f(x)^n \cdot f'(x) \cdot dx = \int u^n \cdot du$ elde edilir. Yeni elde edilen u değişkenine bağlı integral alınır. Bulunan ifadede u yerine eşiti olan $f(x)$ yazılarak integral alma işlemi tamamlanır.

SORULAR

1. $\int \frac{d(x^2+1)}{x}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x^2+c B) $3x+c$
C) $3x^2+c$ D) $x+c$
E) $2x+c$ **Cevap E**

2. $4 \int (x^2+1) \cdot x dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x^4+x^2+c$ B) x^4+2x^2+c
C) x^4+x^2+c D) x^4+4x^2+c
E) $2x^4+2x^2+c$ **Cevap B**

3. $\int x(x^2+1)^3 dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^2+1}{4} + c$ B) $\frac{x^6+x^2}{4} + c$
C) $\frac{(x^2+1)^2}{8} + c$ D) $\frac{(x^2+1)^4}{8} + c$
E) $\frac{(x^2+1)^2}{4} + c$ **Cevap D**

4. $\int \frac{x^2-6x+12}{(x-3)^2} dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - \frac{3}{x-3} + c$ B) $x + \frac{3}{x-3} + c$
C) $x - \frac{3}{x+3} + c$ D) $x - \frac{1}{x-3} + c$
E) $x + \frac{1}{x-3} + c$ **Cevap A**

5. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi yanlıştır?

- A) $d(x^3-x) = (3x^2-1)dx$
B) $d(x \cdot f(x)) = (f(x) + x f'(x))dx$
C) $\int d(f(x)) = f(x) + c$
D) $\int x dt = \frac{x^2}{2} + c$
E) $\int x \cdot t dt = \frac{x \cdot t^2}{2} + c$ **Cevap D**

6. Diferansiyeli $(4x+1) dx$ olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4x+1$ B) 4 C) $2x^2+x+c$
D) $2x^2+c$ E) $\frac{2x^3}{3} - \frac{2x^3}{3} + c$ **Cevap C**

7. $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $f(\sqrt{x}) + c$ B) $\sqrt{x} \cdot f(\sqrt{x}) + c$
D) $2 f(\sqrt{x}) + c$ D) $\frac{f(\sqrt{x})}{2} + c$
E) $f(x)+c$ **Cevap C**

8. $g(x) = \int \sqrt{x} \cdot f'(x) dx$
 $g(1)=2f(1)$
 $g(4)=3f(8)$
olduğuna göre $\frac{f(1)}{f(8)}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{7}{3}$
D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{3}{7}$ **Cevap D**